

PROJETO DE OBSERVADOR DE ESTADO E CONTROLE ROBUSTO PARA SISTEMAS DINÂMICOS COM VARIÁVEIS DE ESTADO PARCIALMENTE DISPONÍVEIS

Lucas Padilha dos Santos¹

Diogo Ramalho de Oliveira²

RESUMO

Este trabalho aborda o problema do controle de sistemas dinâmicos cujas variáveis de estado não podem ser totalmente medidas, situação comum em aplicações práticas devido às limitações físicas, econômicas ou de segurança. Para contornar essa dificuldade, são utilizados observadores de estado capazes de estimar as variáveis não acessíveis a partir das medições de saída e de um modelo matemático do sistema. Nesse contexto, o trabalho propõe o uso de Desigualdades Matriciais Lineares (do inglês, *Linear Matrix Inequalities* - LMIs) como ferramenta para o projeto de observadores e controladores robustos. A metodologia é aplicada a um sistema de suspensão ativa, combinando observadores de estado, controle H_∞ e critérios de D-estabilidade. Resultados de simulação e implementação em um sistema de suspensão ativa de bancada demonstram a capacidade do método de estimar estados não medidos e garantir estabilidade e desempenho mesmo na presença de perturbações.

Palavras-chave: Observador de estado. Controle H_∞ . LMIs. Suspensão ativa.

ABSTRACT

This work addresses the control problem of dynamic systems whose state variables cannot be fully measured, a situation commonly found in practical applications due to physical, economic, or safety limitations. To overcome this difficulty, state observers are used to estimate the inaccessible variables based on system output measurements and a mathematical model of the system. In this context, the work proposes the use of Linear Matrix Inequalities (LMIs) as a tool for the design of robust observers and controllers. The proposed methodology is applied to an active suspension system, combining state observers, H_∞ control, and D-stability. Simulation and implementation results obtained from a bench-scale active suspension system demonstrate the capability of the proposed method to estimate unmeasured states and to ensure system stability and performance even in the presence of disturbances.

Keywords: State observer. H_∞ control. LMIs. Active suspension.

Data de aprovação: 30/03/2026.

¹ Bacharel em Engenharia de Controle e Automação. Instituto Federal de Mato Grosso do Sul, Campus Três Lagoas, MS, Brasil. E-mail: padilha.luc1097@gmail.com

² Doutor em Engenharia Elétrica. Instituto Federal de Mato Grosso do Sul, Campus Três Lagoas, MS, Brasil. E-mail: diogo.ramalho@ifms.edu.br

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de técnicas de controle tem sido crucial para aumentar o desempenho, a estabilidade e a robustez de sistemas dinâmicos utilizados em diversas aplicações, sejam estas industriais ou acadêmicas (Ogata, 2010; Khalil, 2002). No entanto, um desafio recorrente surge quando precisamos lidar com sistemas onde nem todas as variáveis de estado podem ser medidas diretamente, devido a restrições físicas dos sensores, dificuldades econômicas de aquisição, limitações de segurança ou impossibilidades de medição física. Essa limitação motiva o uso de técnicas de controle nas quais os estados não medidos são estimados a partir das informações disponíveis do sistema (Chen, 1999).

Uma das abordagens mais utilizadas para lidar com esse problema é o uso de observadores de estado, que têm como objetivo reconstruir o vetor de estado do sistema a partir de um modelo matemático e das medições de saída disponíveis. O observador clássico comumente utilizado é o observador de Luenberger, o qual apresenta bom desempenho quando o sistema é observável e adequadamente modelado (Nise, 2013; Ogata, 2010). Entretanto, o método do observador de Luenberger não se aplica a todos os tipos de sistemas. Além disso, em sistemas reais existem incertezas de modelagem e distúrbios externos, o que pode exigir técnicas de projeto mais robustas que aquelas obtidas por métodos tradicionais (Chen, 1999; Khalil, 2002).

Nesse contexto mais complexo, as Desigualdades Matriciais Lineares (*Linear Matrix Inequalities* – LMIs) surgem como uma poderosa ferramenta e têm sido amplamente utilizadas no projeto de controladores e observadores. O projeto de controle via LMIs permite a inclusão sistemática de critérios de estabilidade, desempenho e robustez de forma convexa, possibilitando a resolução eficiente por meio de algoritmos numéricos (Boyd *et al.*, 1994). Além disso, essa abordagem viabiliza a incorporação de requisitos como taxa de decaimento, limitação do esforço de controle, mitigação de distúrbios e alocação de polos em regiões específicas do plano complexo (Chilali; Gahinet, 1996). Na literatura nacional recente, essa metodologia tem sido explorada com diferentes estratégias: Caun, R. P; Assunção; Teixeira (2021) abordam o problema via controle misto H_2/H_∞ com validação na suspensão ativa (Quanser, 2009); Bocca *et al.* (2022) propõem controladores chaveados robustos por realimentação de saída via LMIs, com implementação prática

em suspensão ativa de bancada; e Sereni *et al.* (2022) desenvolvem condições LMIs para sistemas com medição parcial dos estados, problema central no controle de sistemas com variáveis de estado não completamente acessíveis.

Diversos trabalhos da literatura exploram a aplicação de LMIs no controle de sistemas dinâmicos com variáveis de estado parcialmente disponíveis (Boyd *et al.*, 1994; Chen, 1999). Neste trabalho, é apresentado o projeto de um observador de estado baseado em LMIs aplicado a um sistema de suspensão ativa (Quanser, 2009) (ver Apêndice B), com o objetivo de demonstrar que a metodologia proposta é capaz de estimar os estados não medidos e garantir a estabilidade do sistema. Os resultados obtidos por meio de simulações e implementação prática validam a eficiência do método e a flexibilidade da abordagem baseada em LMIs. De forma complementar, este projeto também aborda o controle robusto de sistemas dinâmicos sujeitos a distúrbios externos, combinando observadores de estado (filtro H_∞), controle H_∞ e critérios de D-estabilidade. Vale ressaltar que a robustez aplicada neste trabalho se trata da rejeição de perturbações e não da variação dos parâmetros dos componentes físicos. Assim, o uso de LMIs permite não apenas estimar o vetor de estados em sistemas com variáveis de estado parcialmente disponíveis, mas também mitigar a influência de perturbações na saída do sistema, assegurando desempenho dinâmico mesmo na presença de ruídos e incertezas.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Um sistema dinâmico linear invariante no tempo é modelado matematicamente usando a representação em espaço de estados. Esse modelo descreve como as variáveis internas do sistema se comportam ao longo do tempo, usando equações diferenciais. Essa representação é dada por (Nise, 2013):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Hw(t), \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + Gw(t), \quad (2)$$

sendo que $x(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado, $\dot{x} \in \mathbb{R}^n$ é a derivada temporal do vetor de estado $x(t)$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ é o sinal de controle, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ é a saída do sistema, $w(t) \in \mathbb{R}^q$ é uma entrada exógena de energia limitada e $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $H \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$, $G \in \mathbb{R}^{p \times q}$ são matrizes de dimensão adequada.

2.1.1 Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs)

As desigualdades matriciais lineares são expressões da forma (Boyd *et al.*, 1994):

$$F(x) = F_0 + x_1 F_1 + \dots + x_n F_n < 0, \quad (3)$$

em que $\{F_0, F_1, \dots, F_n\}$ são matrizes simétricas conhecidas e $\{x_1, \dots, x_n\}$ são variáveis de decisão. A desigualdade é dita satisfeita quando a matriz resultante é definida negativa. Uma das principais vantagens das LMIs é o fato de que elas definem problemas convexos, permitindo a obtenção de soluções globais por meio de algoritmos eficientes de otimização convexa (Boyd *et al.*, 1994).

No contexto da teoria de controle, diversas condições clássicas de estabilidade, desempenho e robustez podem ser reescritas na forma de LMIs. Em particular, critérios baseados em funções de Lyapunov quadráticas podem ser expressos como LMIs, possibilitando a verificação computacional da estabilidade de sistemas lineares invariantes no tempo (Boyd *et al.*, 1994). Considere um sistema linear descrito por (1) e (2).

A estabilidade assintótica do sistema pode ser garantida pela existência de uma matriz simétrica definida positiva P tal que:

$$A^T P + P A < 0. \quad (4)$$

Essa desigualdade constitui uma LMI clássica associada ao critério de Lyapunov, amplamente utilizada na análise de estabilidade de sistemas dinâmicos (Boyd *et al.*, 1994).

2.1.2 Observadores de estado

Em muitos sistemas dinâmicos, nem todas as variáveis de estado estão disponíveis para medição direta, por diversos motivos. Nesse caso, torna-se necessário o uso de observadores de estado, cuja finalidade é estimar o vetor de estado do sistema a partir das entradas aplicadas e saídas medidas (Nise, 2013). Considere um sistema linear contínuo, dado por (1) e (2), em que $x(t)$ é o vetor de estados e $y(t)$ representa as saídas medidas. Um observador de estado do tipo Luenberger pode ser descrito (Nise, 2013):

$$\hat{\dot{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)), \quad (5)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + Du(t), \quad (6)$$

em que $\hat{x}(t)$ é o vetor de estado estimado e L é a matriz de ganho do observador e utiliza a realimentação do erro da saída ($y(t) - \hat{y}(t)$). O erro de estimação de estado $e(t)$ é definido por:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t). \quad (7)$$

Considere o observador clássico de Luenberger, tal que $w(t) = 0$ para os sistemas (1) e (2). A partir de (7), tem-se que a derivada do erro de estimação de estados é:

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t), \quad (8)$$

assim, a estabilidade do erro de estimação depende da localização dos autovalores da matriz $A - LC$. Para que o observador seja viável, o sistema deve ser observável ou, ao menos, detectável (Nise, 2013).

Usualmente, o ganho do observador pode ser obtido por técnicas de alocação de polos. Entretanto, assim como ocorre no projeto de controladores, essas técnicas apresentam limitações quando se deseja incorporar critérios adicionais de desempenho e robustez. Nesse contexto, as LMIs surgem como alternativa eficiente para o projeto de observadores de estado (Boyd *et al.*, 1994).

Por meio disso, a estabilidade da dinâmica do erro de estimação pode ser garantida pela existência de uma função de Lyapunov quadrática adequada, permitindo a obtenção do ganho do observador. Essa abordagem possibilita também a extensão do observador clássico para cenários mais complexos, como a presença de distúrbios externos e ruídos de medição, resultando em um observador robusto do tipo H_∞ (Pinto, 2015).

2.1.3 Estabilidade do erro de estimação (LMIs)

A estabilidade do erro de estimação é um requisito fundamental no projeto de observadores de estados, pois garante que as estimativas convergem para os valores reais do sistema ao longo do tempo. Uma abordagem sistemática para analisar e garantir essa estabilidade, baseia-se no uso de desigualdades matriciais lineares (LMIs), conforme apresentado de forma abrangente por Boyd *et al.* (1994).

Considere um sistema linear contínuo, descrito no espaço de estados por (1) e (2). Considerando o observador de estado do tipo Luenberger, descrito por (5) e (6),

e o erro de estimação dado por (7), a estabilidade assintótica do erro de estimação pode ser analisada por meio da existência de uma função de Lyapunov quadrática do tipo:

$$V(e(t)) = e(t)^T P e(t). \quad (9)$$

De acordo com Boyd et al. (1994), a condição suficiente para garantir estabilidade assintótica do sistema linear (8) é a existência de uma matriz P que satisfaça a seguinte desigualdade matricial linear:

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) < 0. \quad (10)$$

Essa desigualdade constitui uma LMI clássica associada ao critério de Lyapunov e pode ser utilizada tanto para análise quanto para síntese do ganho do observador. Para eliminar o termo bilinear envolvendo as variáveis P e L , Boyd et al. (1994) propõem uma mudança de variáveis adequada, permitindo que o problema seja reformulado estritamente na forma de LMIs. Essa reformulação facilita a obtenção do ganho do observador a partir da solução de otimização convexa, assegurando a estabilidade do erro de estimação, e permite a incorporação de critérios adicionais ao projeto do observador.

2.1.4 Controle por realimentação de estado via LMIs

O controle por realimentação de estado é uma das técnicas clássicas da teoria de controle moderno, na qual o sinal de controle é calculado a partir do vetor de estado do sistema, com o objetivo de garantir estabilidade e desempenho desejado em malha fechada.

A lei de controle por realimentação de estado é dada por (Boyd et al., 1994):

$$u(t) = -Kx(t), \quad (11)$$

em que $u(t)$ é o sinal de controle e K é a matriz de ganho do controlador.

Substituindo essa lei de controle no modelo do sistema (1)-(2), obtém-se a dinâmica em malha fechada:

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) + Hw(t), \quad (12)$$

$$y(t) = (C - DK)x(t) + Gw(t). \quad (13)$$

A estabilidade do sistema em malha fechada depende diretamente da localização dos autovalores da matriz $A - BK$. O uso das LMIs surge como alternativa eficiente e sistemática para o projeto de controladores por realimentação de estado;

elas permitem formular condições suficientes para estabilidade e desempenho na forma de problemas convexos, que podem ser resolvidos de maneira computacional (Boyd *et al.*, 1994).

2.1.5 Controle Robusto H_∞

Em sistemas de controle sujeitos a distúrbios externos, incertezas ou ruídos de medição, a simples garantia de estabilidade pode não ser suficiente para assegurar um desempenho satisfatório. Nesses casos, técnicas de controle robusto são empregadas com o objetivo de limitar a influência desses efeitos indesejados sobre o comportamento do sistema. Dentre essas técnicas, o controle H_∞ destaca-se por fornecer um critério sistemático para minimizar o ganho máximo entre sinais de perturbação e sinais de saída do sistema. Considerando um sistema linear contínuo representado em espaço de estado por (1)-(2), sendo $w(t) \in W$ e uma constante positiva ε , tais que

$$W := \{w(t) \in \mathbb{R}^{n_q} : \int_0^\infty w(t)^T w(t) dt \leq \varepsilon\}. \quad (14)$$

O objetivo do controle H_∞ consiste em projetar um controlador que minimize o ganho máximo entre o distúrbio $w(t)$ e a saída $y(t)$, tal que o sistema possui um custo garantido H_∞ igual a γ , satisfazendo a desigualdade:

$$\|y(t)\|_2^2 \leq \gamma^2 \|w(t)\|_2^2. \quad (15)$$

Uma das principais vantagens do controle H_∞ é a possibilidade de formular o problema de síntese do controle como um problema de otimização, baseado em desigualdades matriciais lineares (LMIs). No contexto de sistemas com variáveis de estado parcialmente disponíveis, o controle H_∞ pode ser integrado ao projeto de observadores de estado, resultando em estruturas de controle robusto baseado em estados estimados. Nessa abordagem, o observador é projetado para minimizar as influências de ruídos e distúrbios sobre o erro de estimação do sistema, enquanto o controlador atua para reduzir o impacto dessas perturbações na saída do sistema (Pinto, 2015).

2.2 METODOLOGIA

Esta seção apresenta a metodologia adotada para a modelagem e o projeto de controle do sistema de suspensão ativa estudado.

2.2.1 Projeto do observador de estado e controlador via LMIs

Uma forma de tratar do controle de sistemas com variáveis de estado que não estão completamente disponíveis é utilizar observadores de estado para estimar um vetor de estado $\hat{x}(t)$, denominado vetor de estado estimado. O observador de estado definido por (5) e (6), considerando $w(t) = 0$ e o erro de estimação (7), obtém-se a dinâmica do erro de estimação dos estados (8), sendo que L é o ganho do observador e utiliza a realimentação do erro da saída.

A seguir, para $w(t) \neq 0$, utilizando as definições do sistema (1) e (2) e a definição do observador de Luenberger em (5) e (6), calcula-se a dinâmica do erro $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$.

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = (A - LC)e(t) + (H - LG)w(t). \quad (16)$$

Além disso, considere o erro da saída, $e_y(t)$, dado por:

$$e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t) = C(x(t) - \hat{x}(t)) = Ce(t). \quad (17)$$

Com isso, caso o sistema atenda aos critérios de controlabilidade, observabilidade e detectabilidade, é possível projetar um controlador K e o observador L .

Uma forma de encontrar o ganho L e o controlador K é descrita pelos teoremas a seguir:

Teorema 1 (Boyd et al., 1994) *o sistema $\dot{e}(t) = (A - LC)e(t)$ é estável se e somente se existem uma matriz simétrica S e uma matriz Y , tais que:*

$$S > 0, \quad A^T S + SA + C^T Y^T + YC < 0. \quad (18)$$

Logo, o ganho do observador L é dado por:

$$L = -S^{-1}Y. \quad (19)$$

O Teorema 1, foi empregado com a finalidade de assegurar a estabilidade assintótica da dinâmica do erro de estimação do sistema, garantindo que o observador fosse capaz de estimar corretamente as variáveis de estados não disponíveis no sistema, o que permitiu determinar o ganho do observador por meio da resolução das LMIs.

Teorema 2 (Estabilidade + Taxa de decaimento) (Boyd *et al.*, 1994) as trajetórias de $\dot{x}(t) = (A - BK)x(t)$ convergem para a origem se e somente se existirem uma matriz definida positiva $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e uma matriz $M \in \mathbb{R}^{m \times n}$, tal que:

$$XA^T - M^T B^T + AX - BM + 2\alpha X < 0. \quad (20)$$

Nesse caso, diz-se que o sistema é assintoticamente estável e possui uma taxa de decaimento α . O controlador é dado por:

$$K = MX^{-1}. \quad (21)$$

A taxa de decaimento α visa reduzir o tempo de acomodação do sistema realimentado.

2.2.2 Filtro H_∞ - Projeto do observador

A seguir, no Teorema 3, são apresentadas as condições em LMIs para projetar um observador exponencialmente estável que garanta um nível máximo de perturbações, medido pela norma H_∞ .

Teorema 3 (Pinto, 2015). Seja (16)-(17), onde o par (A, C) é detectável. Se existem matrizes P e Q tais que:

$$\min \gamma_L$$

sujeito a

$$P > 0$$

$$\begin{bmatrix} PA + A^T P - QC - C^T Q^T & PH - QG & C^T \\ (PH - QG)^T & -\gamma_L I & 0 \\ C & 0 & -\gamma_L I \end{bmatrix} < 0, \quad (22)$$

sendo que $Q = PL$, o sistema é exponencialmente estável e $\gamma_L > 0$ é um limitante superior para

$$J = \sup_{w(t) \neq 0} \frac{\|e_y(t)\|_2}{\|w(t)\|_2}, \quad (23)$$

tal que

$$\int_0^\infty e_y^T(t) e_y(t) dt - \gamma_L^2 \int_0^\infty w^T(t) w(t) dt < 0. \quad (24)$$

2.2.3 Projeto de controle H_∞

Teorema 4 (Boyd et al., 1994) *O sistema (12) e (13) é assintoticamente estável se, dado um escalar $\mu > 0$, existirem matrizes $X = X^T > 0$ e M , de dimensões adequadas, satisfazendo o seguinte problema de otimização:*

$$\min \mu$$

sujeito a

$$X = X^T > 0,$$

$$\begin{bmatrix} AX + XA^T - BM - M^T B^T & H & -M^T D^T \\ H^T & -\mu I & G^T \\ (XC^T - M^T D^T)^T & G & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (25)$$

sendo $\gamma_K = \sqrt{\mu} > 0$. A matriz de ganho de realimentação é dada por $K = MX^{-1}$ e assegura $\|H(s)\|_\infty \leq \sqrt{\mu}$. Com este teorema, é possível projetar um controlador por realimentação de estados que garante estabilidade assintótica e desempenho H_∞ especificado.

2.2.4 D-Estabilidade

O teorema a seguir apresenta uma condição suficiente para restringir os autovalores, em malha fechada, na região $S(\alpha, r, \theta)$.

Teorema 5 (Chilali; Gahinet, 1996) *O sistema (12) e (13), com a lei de controle $u(t) = -Kx(t)$ possui autovalores na região $S(\alpha, r, \theta)$ se existirem as matrizes $X = X^T > 0$ e M , de dimensões adequadas, tais que:*

$$AX + XA^T - BM - M^T B^T + 2\alpha X < 0, \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} -rX & AX - BM \\ (AX - BM)^T & -rX \end{bmatrix} < 0, \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma & \cos(\theta)(AX - XA^T - BM + M^T B^T) \\ \Gamma_* & \Gamma \end{bmatrix} < 0, \quad (28)$$

sendo $\Gamma = \sin(\theta)(AX + XA^T - BM - M^T B^T)$, $\Gamma_* = \cos(\theta)(AX - XA^T - BM + M^T B^T)^T$ e a matriz de ganho de realimentação é dada por $K = MX^{-1}$.

Juntos, os Teoremas 4 e 5 permitem o projeto de um controlador robusto H_∞ que utiliza um ganho K para D-estabilizar o sistema realimentado. Já o Teorema 3 permite projetar um observador de estado / filtro H_∞ para estimar o vetor de estado. Com isso, caso o sistema seja controlável e observável, é possível projetar o controlador K e o observador L .

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir da aplicação da metodologia proposta para o projeto do observador de estado via LMIs e do controle robusto H_∞ com D-estabilidade. Os resultados foram obtidos por meio de simulações computacionais usando o Matlab/Simulink, utilizando o modelo do sistema de suspensão ativa (Quanser, 2009; ver Apêndice B), conforme descrito na metodologia.

Inicialmente, para verificar se o sistema é controlável utilizando o Matlab é possível encontrar a seguinte matriz (ver Apêndice A, seções A.1 e A.2; ver Apêndice B):

$$C_M = \begin{bmatrix} 0 & 1,408 & -19,872 & -3997 \\ 0,408 & -4,310 & -456,45 & 19535 \\ 0 & -1 & 15,561 & 3540,5 \\ -1 & 15,561 & 3540,5 & -1,044e^5 \end{bmatrix}.$$

Logo, temos que o determinante da matriz C_M , é:

$$\det(C_M) = 1,041 \times 10^6.$$

Em seguida, é necessário verificar se o sistema é observável; com isso, encontra-se a seguinte matriz:

$$O_M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1267,3 & -10,561 & 2500 & 15,561 \\ 17885 & -1118,3 & -38903 & 3540,5 \end{bmatrix}.$$

Logo, o determinante da matriz do observador:

$$\det(O_M) = 6,25 \times 10^6.$$

Note que o sistema é observável e controlável conforme os critérios apresentados no Apêndice A.

3.1 Resultados utilizando o observador de estado via LMIs

Com isso, a partir do Teorema 1, as condições LMIs foram resolvidas utilizando o Matlab, com o solver lmiLAB, e foi encontrada a matriz do ganho L , tal que:

$$L = \begin{bmatrix} 78,539 \\ -509,69 \\ -27,191 \\ -4586,3 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

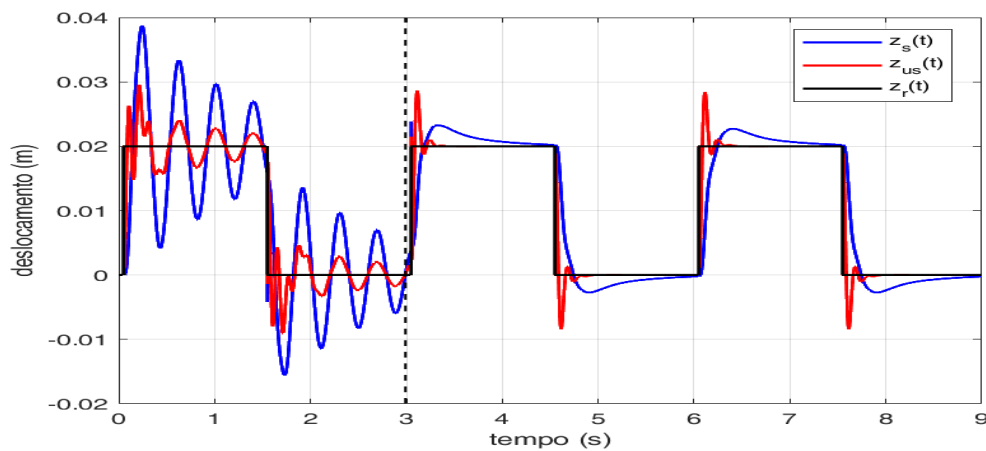
Considerando uma taxa de decaimento $\alpha = 5$, a partir do Teorema 2 (ver Apêndice A, seções A.4 e A.5), as condições LMIs foram resolvidas utilizando o Matlab e foi encontrado o controlador K , dado por:

$$K = [-629,43 \quad 37,473 \quad -325,42 \quad -22,992]. \quad (30)$$

3.1.1 Simulação do sistema de suspensão ativa com o observador de estado, a partir do ganho L e controlador K

Utilizando o Matlab, simulou-se a resposta dinâmica do sistema em malha aberta (0 s a 3 s) e em malha fechada (3 s a 9 s). A Figura 1 apresenta a resposta temporal das posições reais do sistema de suspensão ativa, obtidas por simulação, ilustrando o deslocamento vertical da massa suspensa do veículo ($z_s(t)$), o deslocamento do conjunto roda/pneu ($z_{us}(t)$) e o perfil da pista ($z_r(t)$). O gráfico compara o comportamento dessas variáveis operando em malha aberta e, posteriormente, em malha fechada com realimentação do vetor de estado estimado.

Figura 1 - Simulação da resposta temporal do sistema em malha aberta e em malha fechada com a realimentação do vetor de estado estimado, sendo que as posições plotadas são as posições reais do sistema



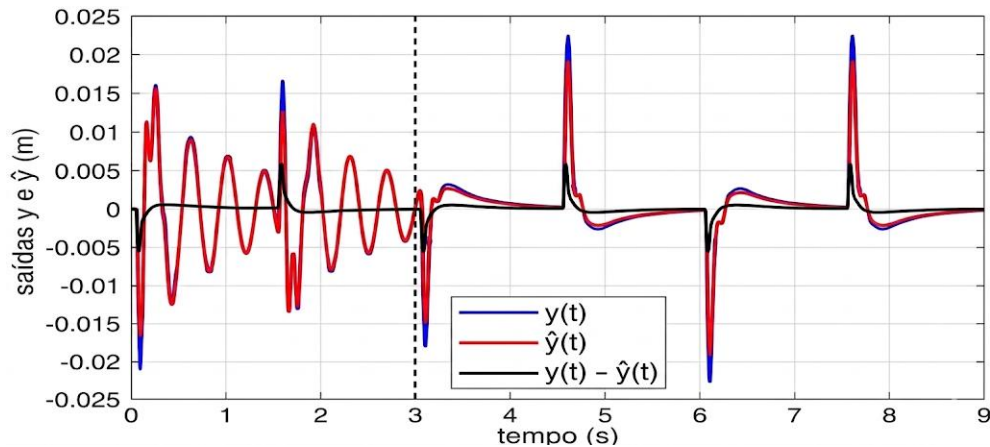
Fonte: elaborado pelo próprio autor (2022)

Observa-se que o sistema em malha aberta apresenta oscilações significativas, enquanto em malha fechada apresenta comportamento mais amortecido. Esse resultado evidencia que a realimentação baseada no estado estimado é eficaz na melhoria do desempenho dinâmico do sistema.

Na sequência, a Figura 2 apresenta as respostas temporais correspondentes às posições estimadas pelo observador de estado, também em malha aberta. Sendo o sinal de saída real do sistema ($y(t)$ em azul), o sinal de saída estimada ($\hat{y}(t)$ em vermelho), e a diferença entre os dois sinais ($y(t) - \hat{y}(t)$ em preto). Note que a saída

real do sistema e a saída estimada possuem comportamentos similares e a diferença entre sinais de saída é pequena.

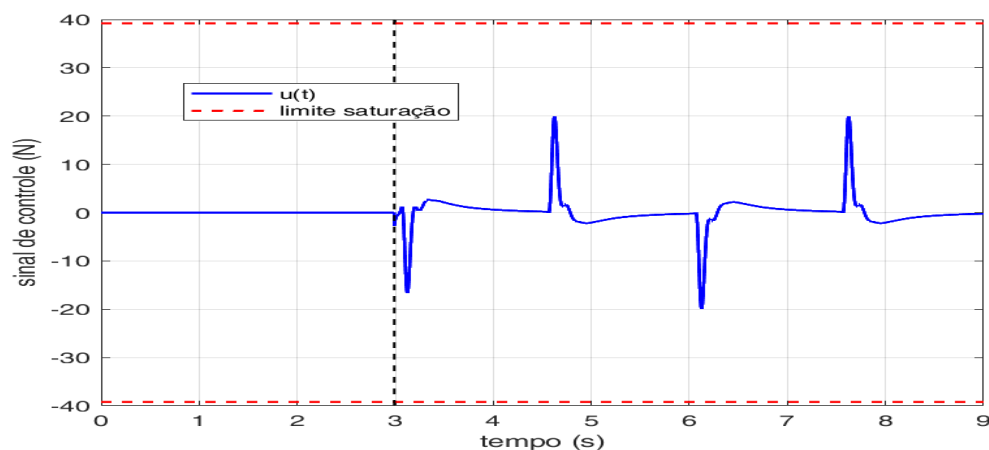
Figura 2 - Simulação da resposta do sinal de saída real e o sinal de saída estimado do sistema de suspensão ativa



Fonte: elaborado pelo próprio autor (2022)

Outro resultado importante da simulação é o sinal de controle, que indica o valor máximo que o atuador pode suportar sem saturar ($\pm 39,2 \text{ N}$) e o valor do sinal de controle obtido através da simulação, que não ultrapassa ($\pm 20 \text{ N}$), sendo apresentado na Figura 3.

Figura 3 - Simulação do sinal de controle (azul) utilizando a realimentação do vetor de estado estimado e a indicação dos valores máximo e mínimo que pode ser atingido (vermelho)

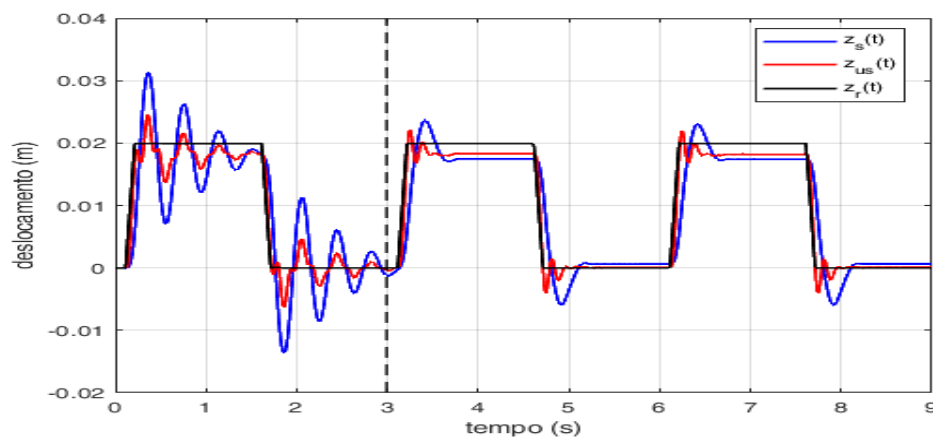


Fonte: elaborado pelo próprio autor (2022)

3.1.2 Implementação prática no sistema de suspensão ativa com ganho L e o controlador K

Após a validação do observador, foi implementada a realimentação do vetor de estado estimado no sistema. Sendo assim, a Figura 4 apresenta a resposta temporal do sistema em malha aberta e em malha fechada com a realimentação do vetor de estado estimado, considerando as posições reais, medidas através de *encoders*. Observa-se uma redução significativa das oscilações quando comparada à resposta em malha aberta, indicando a eficácia do controlador projetado.

Figura 4 - Implementação prática: resposta temporal do sistema em malha aberta e em malha fechada com a realimentação do vetor de estado estimado, sendo que as posições plotadas são as posições reais do sistema

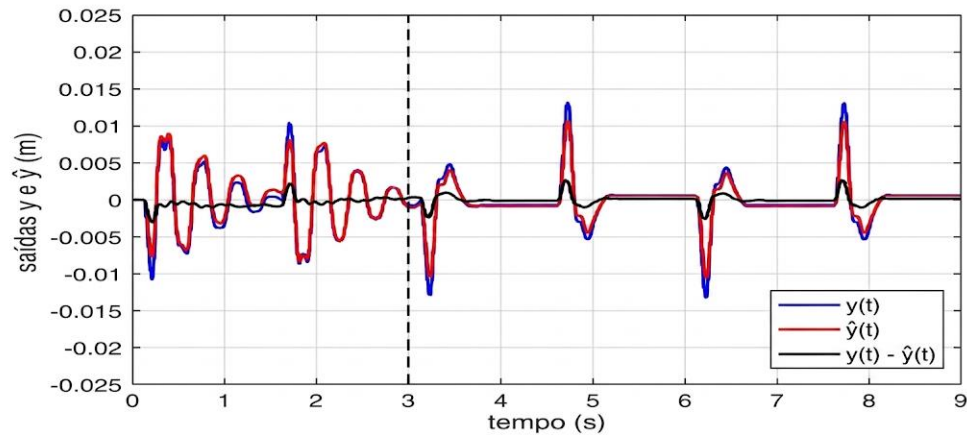


Fonte: elaborado pelo próprio autor (2022)

Note que os resultados práticos da implementação do observador de estado, em conjunto com o controlador que realimenta o vetor de estado estimado, reduziram as amplitudes de oscilação das placas azul e vermelha. Além disso, os resultados foram similares aos resultados de simulação, apresentados na Figura 1.

A Figura 5 apresenta a comparação entre a saída real ($y(t)$ em azul), a saída estimada do sistema ($\hat{y}(t)$ em vermelho) e a diferença entre os dois sinais ($y(t) - \hat{y}(t)$ em preto) em malha fechada. Novamente, note que a saída real do sistema e a saída estimada possuem comportamentos similares e a diferença entre sinais de saída tende a zero, como previsto teoricamente.

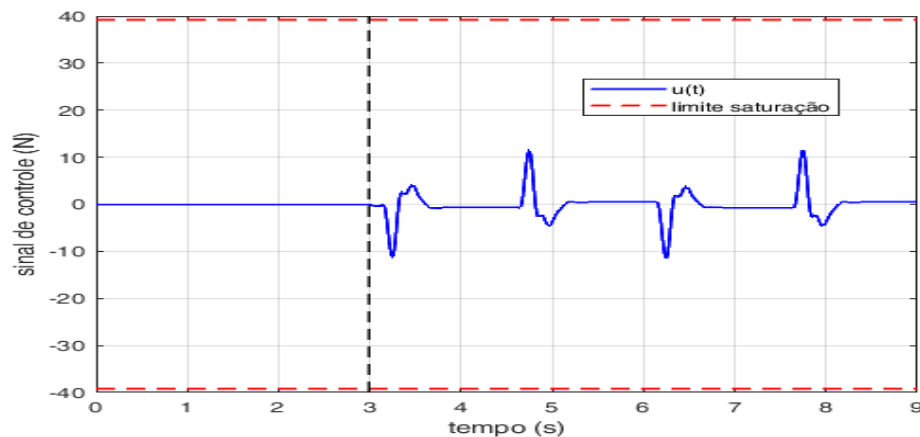
Figura 5 - Implementação: resposta do sinal de saída real e o sinal de saída estimado do sistema de suspensão ativa



Fonte: elaborado pelo próprio autor (2022)

Na Figura 6, é apresentado o sinal de controle aplicado na implementação prática utilizando a realimentação do vetor de estado estimado. Observe que o valor implementado no atuador não ultrapassa os (± 11 N), sendo que o limite de saturação é de ($\pm 39,2$ N).

Figura 6 - Implementação: resposta do sinal de controle (azul) utilizando a realimentação do vetor de estado estimado e a indicação dos valores máximo e mínimo que pode ser atingido (vermelho)



Fonte: elaborado pelo próprio autor (2022)

3.2 Resultados obtidos utilizando o controle robusto H_∞ e D-estabilidade

No segundo conjunto de simulações, foram considerados distúrbios externos que atuam sobre o sistema de suspensão ativa. A partir do Teorema 3, as condições

das LMIs foram resolvidas utilizando o Matlab/Yalmip/Sedumi para $\gamma_L = 9,816 \times 10^{-5}$ e foi encontrado o ganho do observador L , tal que:

$$L = \begin{bmatrix} 1580,6 \\ -5205,8 \\ 4,0483 \times 10^5 \\ -3,0195 \times 10^6 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Resolvendo as LMIs apresentadas nos Teoremas 4 e 5 utilizando $\alpha = 10$, $r = 42$ e $\theta = 90^\circ$ (ver Apêndice A, seção A.6). Esses parâmetros foram utilizados com base em critérios de desempenho e limitações físicas do sistema, para garantir tempo de acomodação reduzido, não restringir excessivamente a região de alocação dos polos e limitar a magnitude dos autovalores. Com isso, foram obtidos o ganho do controlador K , a matriz simétrica positiva definida e o limitante γ_k :

$$K = [-245,13 \quad 65,655 \quad 212,92 \quad -37,771], \quad (32)$$

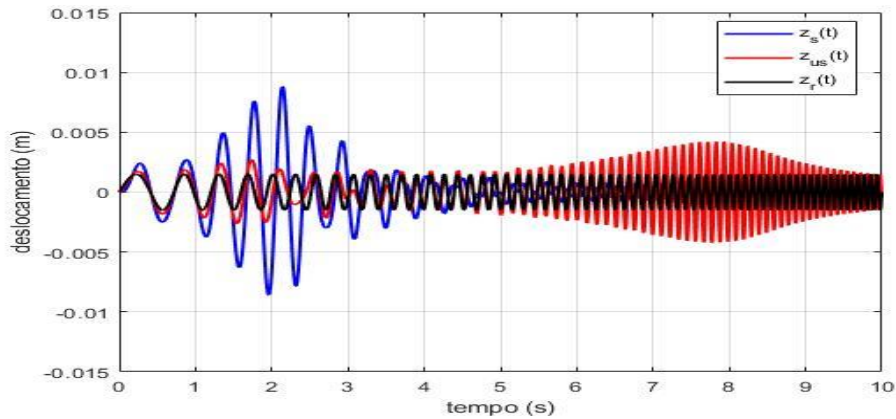
$$P = \begin{bmatrix} 8515,9 & 686,94 & 50,792 & 10,162 \\ 686,94 & 227,76 & -0,20319 & -0,034746 \\ 50,792 & -0,20319 & 1,2515 & 0,20307 \\ 10,162 & -0,034746 & 0,20307 & 0,034742 \end{bmatrix},$$

$$\|H(s)\|_\infty \leq \gamma_k = \sqrt{\mu} = 0,053095.$$

3.2.1 Simulação do sistema com o controle robusto H_∞ e D-estabilidade

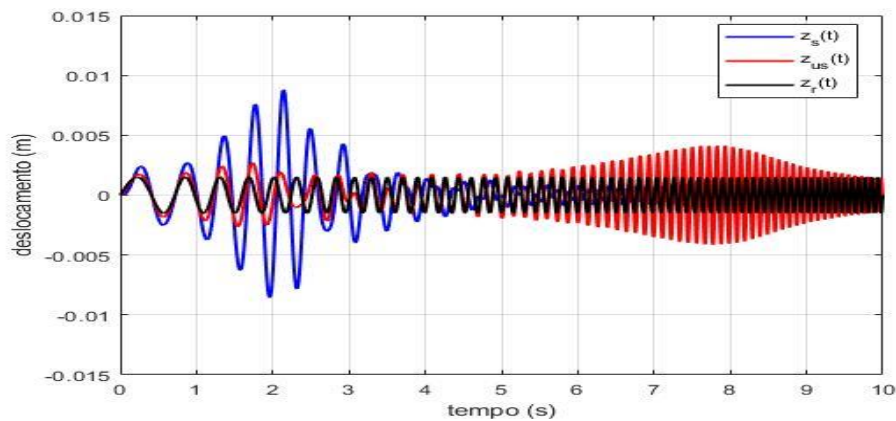
Utilizando o Matlab/Simulink, simulou-se a resposta em frequência do sistema em malha aberta e o sistema realimentado aplicando as técnicas de controle robusto sujeito a ruído com H_∞ . Para isso, a forma de onda do sinal de entrada da pista ($z_r(t)$) foi escolhida como um sinal *chirp* (onda senoidal com frequência variável) de amplitude de $1,5 \text{ mm}$ e com frequência que varia linearmente de 1 Hz a 12 Hz em 10 s . As Figuras 7 e 8 apresentam simulações da resposta temporal do sistema em malha aberta.

Figura 7 - Simulação da resposta temporal do sistema em malha aberta, sendo que as posições plotadas são as posições reais do sistema



Fonte: elaborado pelo próprio autor (2022)

Figura 8 - Simulação da resposta temporal do sistema em malha aberta, sendo que as posições plotadas são as posições estimadas do sistema



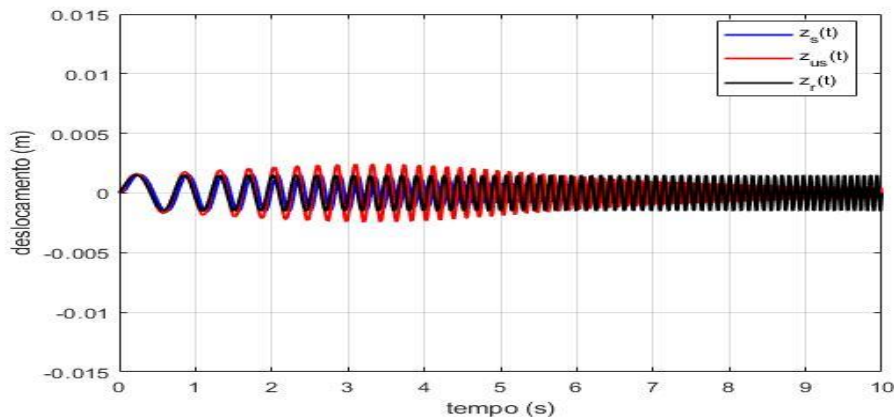
Fonte: elaborado pelo próprio autor (2022)

Observe que as Figuras 7 e 8 apresentam respostas dinâmicas semelhantes. Na Figura 7, ocorre um pico de amplitude em $t \approx 2,2 \text{ s}$, considerando o sinal do tipo *chirp*, esse instante corresponde a aproximadamente 3 Hz , esta seria a frequência de ressonância. Na prática, em um sistema real, não seria possível plotar a Figura 7, pois as posições reais do sistema não estariam todas disponíveis. Em outras palavras, só foi possível plotar a Figura 7, pois os resultados foram obtidos via simulação. Já a Figura 8 utiliza o ganho L calculado anteriormente (dado em (31)) para estimar o vetor de estado e, conseqüentemente, as posições das placas do sistema de suspensão ativa. Por fim, a comparação entre as Figuras 7 e 8 é importante para comprovar a validade do observador/filtro H_∞ utilizado. Nota-se que, mesmo na presença de

distúrbios, o observador é capaz de fornecer estimativas coerentes das variáveis de estado, mantendo o erro de estimação limitado.

Na sequência, a Figura 9 apresenta uma simulação da resposta temporal do sistema em malha fechada, sendo realimentado a partir do vetor de estado estimado com o ganho do observador L e do controlador K calculados e dados em (31) e (32). Assim como na Figura 8, as posições plotadas na Figura 9 são obtidas a partir do vetor de estado estimado.

Figura 9 - Simulação da resposta temporal do sistema em malha fechada, sendo realimentado a partir do vetor de estado estimado com o ganho L e K

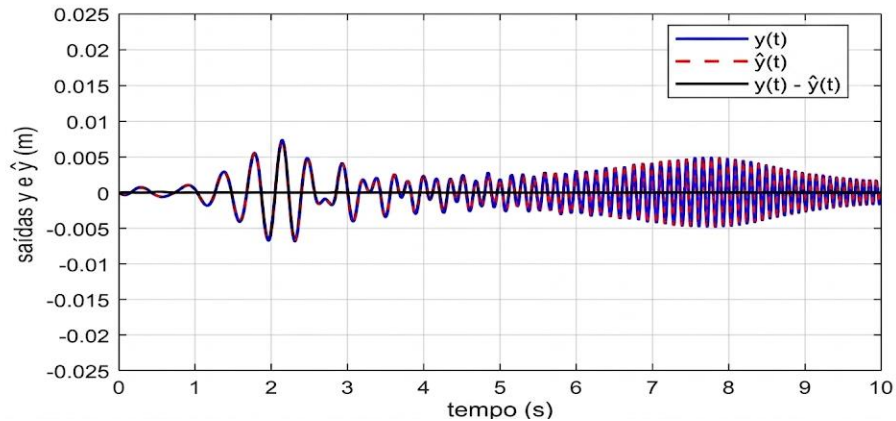


Fonte: elaborado pelo próprio autor (2022)

Nota-se que o sistema em malha aberta (ver Figura 8) sem a realimentação do vetor de estado estimado apresenta grandes oscilações se comparado às posições demonstradas na Figura 9, na qual o sistema está operando em malha fechada utilizando o ganho K . Validando assim o projeto do controlador que utiliza o vetor de estado estimado.

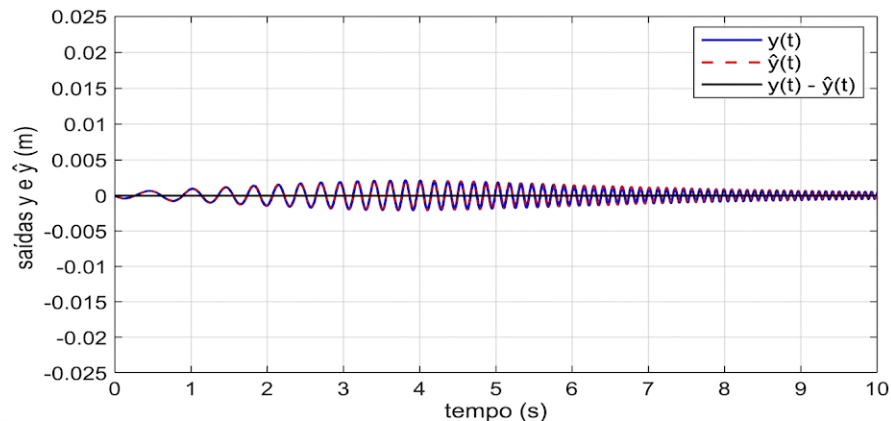
Nas Figuras 10 e 11, para os sistemas em malha aberta e malha fechada, respectivamente, são apresentados o sinal de saída real do sistema em malha aberta ($y(t)$, em azul), o sinal de saída estimado ($\hat{y}(t)$, em vermelho) e a diferença entre os sinais ($y(t) - \hat{y}(t)$, em preto).

Figura 10 - Simulação da resposta do sinal real, sinal de saída estimado e a diferença entre os sinais de saída do sistema de suspensão ativa em malha aberta



Fonte: elaborado pelo próprio autor (2022)

Figura 11 - Simulação da resposta do sinal real, sinal de saída estimado e a diferença entre os sinais de saída do sistema de suspensão ativa em malha fechada

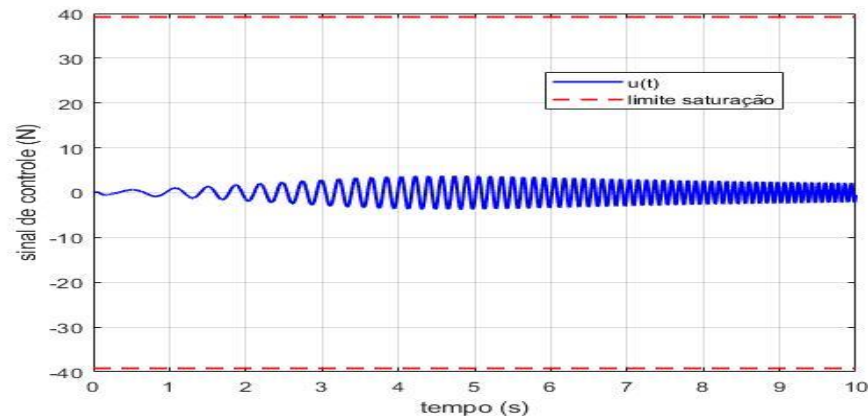


Fonte: elaborado pelo próprio autor (2022)

Observa-se que a diferença entre a saída real do sistema e saída estimada possui comportamento similar com uma pequena diferença. A simulação do sistema em malha aberta e em malha fechada apresenta ambos os comportamentos similares para o sinal de saída real e o sinal de saída estimado. Sendo que, mesmo o sistema em malha aberta, este utiliza o ganho do observador e para o sistema em malha fechada, é aplicado o controlador, garantindo comportamento menos oscilatório, melhor desempenho e picos menores.

A Figura 12 apresenta a simulação do sinal de controle utilizando a realimentação do vetor de estado estimado no sistema de suspensão ativa, da mesma simulação das Figuras 9 e 11. Observa-se que o valor máximo aplicado no atuador é de aproximadamente ($\pm 3,5 \text{ N}$), sendo que o limitante de saturação é de ($\pm 39,2 \text{ N}$).

Figura 12 - Simulação do sinal de controle (azul) utilizando a realimentação do vetor de estado estimado e a indicação dos valores máximo e mínimo que o atuador pode atingir (vermelho)



Fonte: elaborado pelo próprio autor (2022)

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi apresentado o projeto de um observador de estado e um controlador para sistemas dinâmicos com variáveis de estado parcialmente disponíveis, utilizando desigualdades matriciais lineares (LMIs) como principal ferramenta. O sistema de suspensão ativa foi adotado como estudo de caso, por representar uma aplicação prática relevante e amplamente utilizada na validação experimental e computacional de técnicas de controle avançado (a descrição detalhada do equipamento e o modelo matemático estão no Apêndice B). A metodologia utilizada foi fundamentada na modelagem do sistema em espaço de estados, conforme apresentado em Nise (2013), permitindo a análise sistemática das propriedades de controlabilidade, observabilidade e detectabilidade (ver Apêndice A). A verificação dessas propriedades é essencial para garantir a viabilidade do projeto do observador e do controlador, assegurando que o vetor de estados possa ser estimado e realimentado de forma adequada.

O projeto do observador de estado baseou-se no observador clássico de Luenberger, cuja estabilidade do erro de estimação foi garantida por meio de condições formuladas via LMIs, conforme a abordagem apresentada por Boyd *et al.*, (1994). Os resultados obtidos demonstram que o erro de estimação converge assintoticamente para zero, validando as condições teóricas, e colaboram para os resultados obtidos neste trabalho. Na sequência, foi desenvolvido o projeto do

controlador por realimentação de estado via LMIs. Essa abordagem permitiu garantir a estabilidade assintótica do sistema em malha fechada e impor critérios adicionais de desempenho, como a taxa de decaimento. A fundamentação teórica dessa etapa está alinhada com os resultados clássicos apresentados em Boyd *et al.*, (1994), que demonstram a eficiência das LMIs como ferramenta para síntese de controladores com múltiplas restrições de projeto.

Nesse contexto, a metodologia foi estendida para o controle robusto de sistemas sujeitos a distúrbios externos. Para isso, foram incorporados conceitos de controle H_∞ , conforme discutido por Pinto (2015), permitindo estimar o vetor de estado a partir da saída do sistema, mesmo para um sistema sujeito a distúrbios externos. Além disso, foram impostas restrições de D-estabilidade, com base nos resultados apresentados por Chilali e Gahinet (1996), assegurando que os autovalores do sistema em malha fechada permanecessem em uma região específica do plano complexo, o que garante desempenho transitório adequado.

Os resultados de simulação apresentados neste trabalho demonstram que a combinação entre observadores de estado, controle H_∞ e D-estabilidade, todos projetados via LMIs, é eficaz na mitigação de distúrbios externos, na redução das oscilações do sistema e nas limitações físicas do atuador. De forma geral, tanto o projeto do observador de estado via LMIs quanto o controlador robusto com critérios de desempenho adicionais evidenciam a flexibilidade, robustez e a eficiência das desigualdades matriciais lineares (LMIs) como ferramenta de projeto em sistemas de controle. Dessa forma, é possível aplicar esta metodologia para sistemas com vetor de estado parcialmente disponível, ou seja, em que as variáveis de estado não estejam disponíveis ou inviáveis, por motivos financeiros, de segurança ou de construção física do equipamento.

REFERÊNCIAS

Boyd, S.; Ghaoui, L. E.; Feron, E.; Balakrishnan, V. **Linear matrix inequalities in system and control theory**. 2. ed. Philadelphia: SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.

Bocca, L. F. *et al.* Robust guaranteed cost switched controller design using static output feedback. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, v. 33, p. 115–128, 2022.

Chen, C.-T. **Linear System Theory and Design**. 3. ed. Oxford, 1999.

Chilali, M.; Gahinet, P. H_{∞} design with pole placement constraints: an LMI approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, [s. l.], v. 41, n. 3, p. 358-367, 1996.

Caun, R. P.; Assunção, E.; Teixeira, M. C. M. H_2/H^{∞} formulation of LQR controls based on LMI for continuous-time uncertain systems. **International Journal of Systems Science**, v. 52, n. 3, p. 612–634, 2021.

de Oliveira, D. R.; Teixeira, M. C. M.; Assunção, E.; de Souza, W. A.; Moreira, M. R.; Silva, J. H. P. Projeto de controle robusto H^{∞} chaveado: Implementação prática em um sistema de suspensão ativa, **XX Congresso Brasileiro de Automática**, 2014.

de Oliveira, D. R.; Teixeira, M. C. M.; Alves, I. N. L. T.; de Souza, W. A.; Assunção, E.; Cardim, R. On local H^{∞} switched controller design for uncertain T-S fuzzy systems subject to actuator saturation with unknown membership functions. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 344, p. 1-26, 2018.

Khalil, H. K. **Nonlinear Systems**. 3. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002.

Nise, N. S. **Engenharia de sistemas de controle**. 6. ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2013.

Ogata, K. **Modern control engineering**. 5. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2010.

Pinto, L. P. G. **Estimação de variáveis de estado e parâmetros baseada em observadores chaveados**. Tese (Doutorado em Engenharia de Automação e Sistemas) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015.

Quanser. **Active suspension: user's manual**. [S. l.], 2009.

Sereni, B. *et al.* Pole placement LMI constraints for stability and transient performance of LPV systems with incomplete state measurement. **Journal of the Franklin Institute**, v. 359, n. 2, p. 837–858, 2022.

APÊNDICE A – FUNDAMENTOS DE ANÁLISE DE SISTEMAS DE CONTROLE

Neste apêndice são apresentados os principais fundamentos teóricos relacionados à análise de sistemas de controle, incluindo conceitos de controlabilidade, observabilidade, detectabilidade e estabilidade, utilizados no desenvolvimento deste trabalho.

A.1 Controlabilidade

Controlabilidade, de acordo com Nise (2013), se para um sistema for possível obter uma entrada capaz de transferir todas as variáveis de estado de um estado inicial desejado para um estado final desejado, o sistema é dito controlável; caso contrário, o sistema é não controlável.

Uma forma de afirmar se o sistema é controlável ou não é através da matriz de controlabilidade. Um sistema de ordem n , dado por (1) e (2), é completamente controlável se a matriz:

$$C_M = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B], \quad (\text{A.1})$$

for de posto completo, na qual C_M é chamada matriz de controlabilidade. Caso o determinante da matriz C_M seja diferente de zero $\det(C_M) \neq 0$, é dito como controlável.

A.2 Observabilidade

De acordo com as definições de Nise (2013), se o vetor de estado inicial, $x(t_0)$, puder ser obtido a partir de $u(t)$ e $y(t)$ medidos durante um intervalo de tempo finito a partir de t_0 , o sistema é dito observável; caso contrário, o sistema é dito não observável.

Matematicamente, essa propriedade é verificada através da matriz de observabilidade:

$$O_M = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

É chamada de matriz de observabilidade (O_M). De acordo com Nise (2013), a observabilidade de um sistema é garantida quando o determinante de sua matriz de observabilidade (O_M) resulta em um valor não nulo.

A.3 Detectabilidade

Um sistema é dito detectável se todos os estados não observáveis do sistema forem assintoticamente estáveis, isto é, se todos os autovalores da matriz A associados aos estados não observáveis possuírem parte real estritamente negativa (Chen, 1999). Formalmente, a detectabilidade garante que, mesmo na ausência de observabilidade do sistema, é possível projetar um observador de estado tal que o erro de estimação convirja para zero ao longo do tempo (Chen, 1999).

A relação entre observabilidade e detectabilidade pode ser compreendida da seguinte forma: todo sistema observável é, por definição, detectável; no entanto, o inverso não é necessariamente verdadeiro. Em sistemas detectáveis, os estados não observáveis não comprometem a estabilidade do observador, uma vez que esses estados apresentam dinâmica estável por natureza (Chen, 1999).

A.4 Estabilidade de sistemas lineares

A estabilidade é um conceito central na teoria de sistemas dinâmicos, em sistemas lineares invariantes no tempo, a estabilidade está associada à localização dos autovalores da matriz da dinâmica do sistema (Chen, 1999).

Um sistema linear contínuo é assintoticamente estável se todos os autovalores da matriz de estado possuírem parte real negativa. Uma alternativa: a estabilidade pode ser analisada por meio de funções de Lyapunov quadráticas, que fornecem condições suficientes para estabilidade assintótica.

A.5 Alocação de autovalores

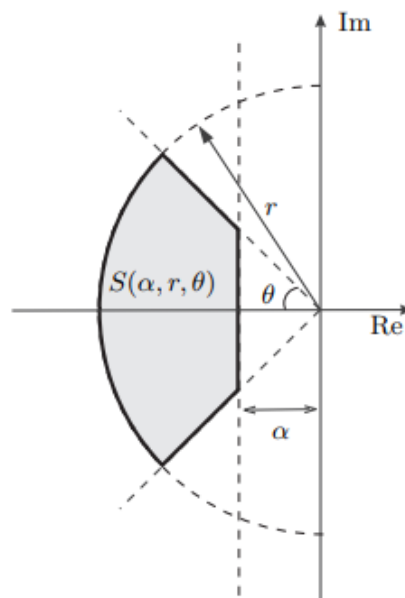
A alocação de autovalores ou alocação de polos é uma técnica de projeto em espaço de estados, focada em posicionar os autovalores da matriz em malha fechada em regiões desejadas, a fim de atingir especificações de desempenho transitório (Nise, 2013). Embora eficaz em sistemas controláveis, a alocação clássica apresenta limitações quando se deseja incorporar múltiplos critérios de desempenho e robustez, o que motiva o uso de técnicas mais gerais baseadas em regiões de alocação e LMIs.

A.6 D-estabilidade

A D-estabilidade é um conceito utilizado na análise e no projeto de sistemas de controle, com o objetivo de impor restrições à localização dos polos do sistema em malha fechada em regiões específicas do plano complexo. Diferente da estabilidade clássica, que exige que os autovalores possuam parte real negativa, a D-estabilidade permite especificar regiões de desempenho desejado, associadas a características transitórias como velocidade de resposta e amortecimento.

O sistema é dito D-estável se todos os autovalores da matriz A estiverem contidos em uma região $S(\alpha, r, \theta)$ do plano complexo, como apresentado na Figura A.1, previamente definida por Chilali e Gahinet (1996). A formulação da D-estabilidade torna-se conveniente quando combinada com o uso de desigualdades matriciais lineares, conforme apresentado por Boyd *et al.*, (1994), diversas regiões do plano complexo, como semiplanos, setores e discos, podem ser descritas por meio de LMIs, possibilitando a incorporação direta de restrições de posicionamento de polos ao problema de projeto de controladores e observadores.

Figura A.1 - Região $S(\alpha, r, \theta)$ para alocação de autovalores



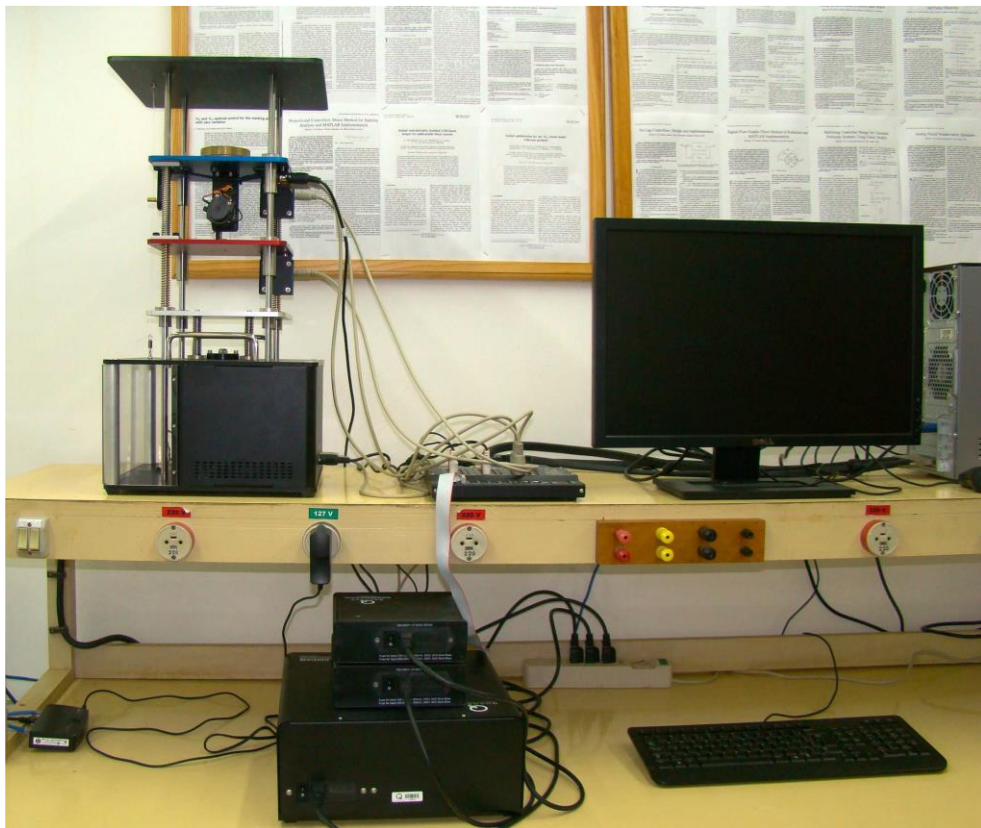
Fonte: CHILALI, GAHINET, (1996)

APÊNDICE B – MODELAGEM DO SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA

Neste apêndice são apresentados o sistema de suspensão ativa utilizado neste trabalho, sua representação esquemática, os parâmetros físicos do sistema e o modelo matemático em espaço de estados empregado nas simulações e no projeto de controle.

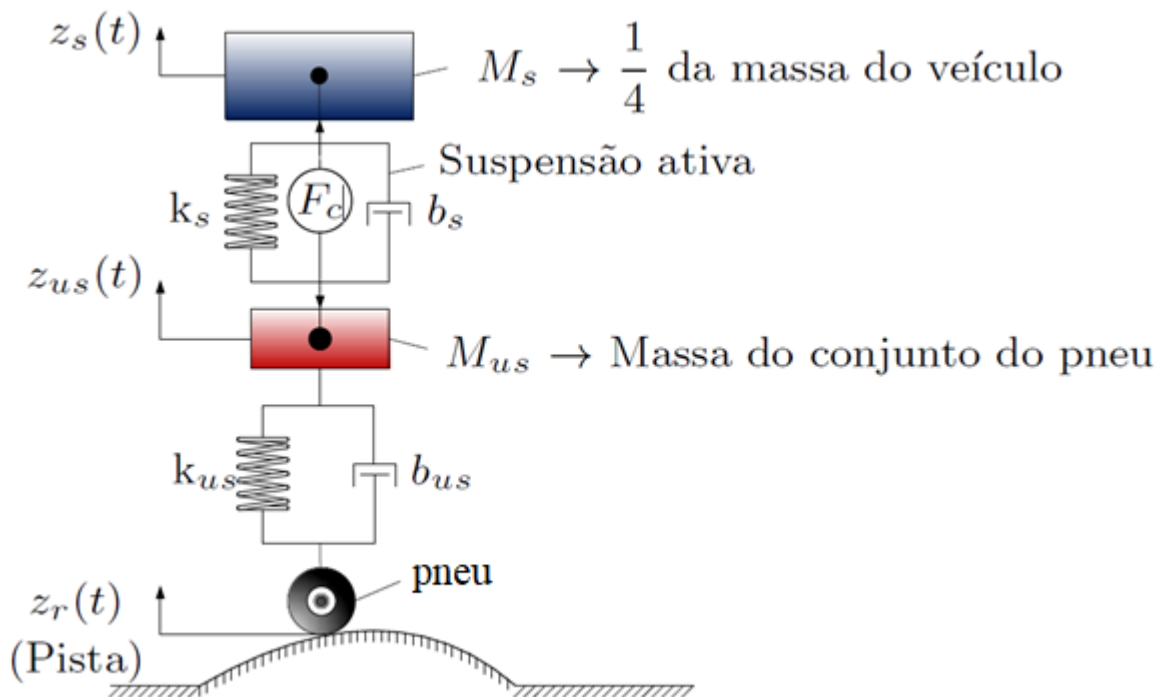
O sistema dinâmico a ser estudado para este trabalho é o sistema de suspensão ativa, pertencente ao Laboratório de Pesquisa em Controle (LPC) da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Campus de Ilha Solteira, apresentado na Figura B.1, esse sistema é amplamente utilizado para validação de técnicas de controle, devido à sua dinâmica e relevância prática em aplicações.

Figura B.1 – Sistema de suspensão ativa, pertencente ao LPC – UNESP, campus Ilha Solteira



Fonte: de Oliveira et al., 2018

A suspensão ativa utilizada é fabricada pela empresa Quanser, sendo composta por três placas móveis que representam, respectivamente, a pista, o chassi do veículo e o assento do motorista. Seu modelo esquemático está representado na Figura B.2.

Figura B.2 – Modelo esquemático da suspensão ativa fabricado pela Quanser®

Fonte: de Oliveira et al., 2018

O equipamento utilizado possui três placas:

- Placa inferior (cinza): representa a pista pela qual o carro irá se mover;
- Placa do meio (vermelha): representa o chassi do carro;
- Placa superior (azul): representa o assento do motorista.

As posições das placas cinza, vermelha e azul são representadas por $z_r(t)$, $z_{us}(t)$, e $z_s(t)$, respectivamente. Todas essas posições são medidas através de *encoders*.

Além disso, para a representação do sistema apresentado na Figura B.2, os parâmetros são apresentados de forma detalhada no Quadro B.1, de acordo com o manual (Active suspension, 2009).

Quadro B.1 - Parâmetros do sistema de suspensão ativa.

Parâmetros	Símbolo	Valor
Constante de rigidez da mola (N/m)	k_s	900
	k_{us}	2500
1/4 da massa total do veículo (kg)	M_s	2,45
Massa do conjunto do pneu (kg)	M_{us}	1
Coeficiente de amortecimento (Ns/m)	b_s	7,5
	b_{us}	5

Fonte: Quanser®, Active suspension (2009)

O sistema de suspensão ativa da Figura B.2 pode ser representado matematicamente por (1) e (2) (de Oliveira *et al.*, 2014), sendo que:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{k_s}{M_s} & -\frac{b_s}{M_s} & 0 & \frac{b_s}{M_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{M_{us}} & \frac{b_s}{M_{us}} & -\frac{k_{us}}{M_{us}} & -\frac{b_s + b_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{M_{us}} \end{bmatrix},$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0], D = 0, G = 0,$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{b_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix}, x(t) = \begin{bmatrix} z_s(t) - z_{us}(t) \\ \dot{z}_s \\ z_{us}(t) - z_r(t) \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix}$$

$$u(t) = F_c(t), \ w(t) = \dot{z}_r(t), \ y(t) = z_s(t) - z_{us}(t). \quad (B.1)$$

Substituindo os valores das constantes do sistema (M_s , M_{us} , k_s , k_{us} , b_s e b_{us}), sendo apresentado estes valores no Quadro B.1, nas matrizes A , B , H e C , obtemos as matrizes específicas do sistema. Esses valores foram obtidos diretamente do manual técnico fornecido (Active suspension, 2009) e representam as características reais do equipamento utilizado.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -367,35 & -3,06 & 0 & 3,06 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 900 & 7,5 & -2500 & -2,5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,40 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix},$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]. \quad (B.2)$$